◆ **9.** Ce problème ressemble au précédent, sauf que les deux objets en mouvement se déplacent en sens opposés. On choisit comme système de coordonnées un axe des *x* dirigé de Montréal à Québec, avec l'origine à Montréal. Ainsi, pour le train de marchandises, $x_{iM} = 0$ et pour le train de passagers, $x_{iP} = 250$ km. Compte tenu de l'orientation des mouvements par rapport à l'axe des *x*, $v_M = +50$ km/h et $v_P = -75$ km/h.

Avec $t_i = 0$ et $t_f = t$, le mouvement du train de marchandises est décrit par l'équation :

$$x_{fM} = x_{iM} + v_M t = 0 + 50\ \frac{\text{km}}{\text{h}} \times t = 50\ \frac{\text{km}}{\text{h}} \times t.$$

Ainsi, à $t = 1$ h, $x_M = 50$ km ;

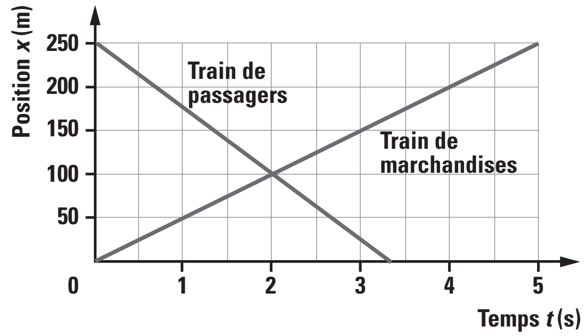
à $t = 5$ h, $x_M = 250$ km ; etc.

Le mouvement du train de passagers est décrit par l'équation :

$$x_{fP} = x_{iP} + v_P t = 250\ \text{km} - 75\ \frac{\text{km}}{\text{h}} \times t.$$

Ainsi, à $t = 0$, $x_P = 250$ km ; à $t = 1$ h, $x_P = 175$ km ; à $t = 2$ h, $x_P = 100$ km ; etc.

Le graphique suivant illustre les deux mouvements.



D'après le graphique, le croisement des deux trains se fait environ deux (2,0) heures après le départ.

Algébriquement, le moment auquel les deux trains se rencontrent est décrit par $x_{fM} = x_{fP}$, soit :

$$x_{fM} = x_{fP}$$

$$50\ \frac{\text{km}}{\text{h}} \times t = 250\ \text{km} - 75\ \frac{\text{km}}{\text{h}} \times t.$$

En isolant *t*, on obtient :

$$t = \frac{250\ \text{km}}{50\ \text{km/h} - (-75\ \text{km/h})} = 2{,}0\ \text{h} = 120\ \text{min}.$$

Les trains se croiseront deux heures (120 minutes) après leur départ.

Chapitre 10 Le mouvement rectiligne uniformément accéléré

Manuel, p. 221 à 242

POUR FAIRE LE POINT

Section 10.1 Les caractéristiques du mouvement rectiligne uniformément accéléré

Manuel, p. 228 et 229

1. Plusieurs réponses possibles.

a) Une personne immobile.

b) Une voiture roulant à vitesse constante.

c) Une voiture accélérant ou ralentissant.

d) Une balle lancée en l'air verticalement, alors qu'elle est au sommet de sa trajectoire.

2. La voiture est en train de décélérer (de ralentir). Si la voiture allait de plus en plus vite, son accélération serait orientée vers le sud, comme sa vitesse.

3. L'énoncé A est vrai.

L'énoncé B est faux, car un objet peut ne pas accélérer, mais se déplacer à vitesse constante non nulle.

L'énoncé C est faux parce que la vitesse peut être nulle temporairement sans que l'accélération soit nulle ; par exemple, dans le cas d'un objet qui rebrousse chemin.

L'énoncé D est faux, car même si l'accélération est nulle, la vitesse peut aussi être nulle, comme pour un objet immobile.

4. *a)* 2, 5 (en 2, accélération nulle, vitesse constante ; en 5, position variant linéairement avec le temps).

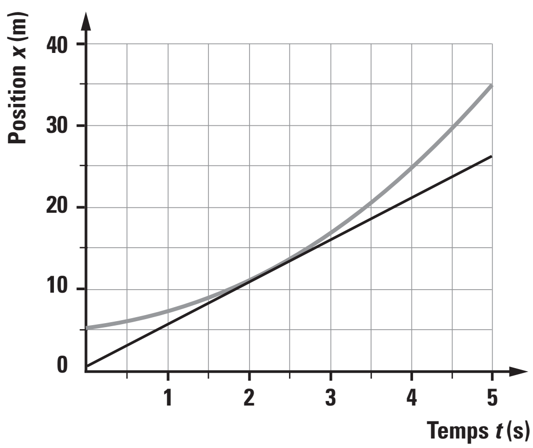
b) 1, 4 (en 1, vitesse variant linéairement avec le temps ; en 4, accélération constante).

c) 1, 3 (en 1, la vitesse change de signe, donc le mouvement change de sens ; en 3, la variation de la position s'inverse).

5. *a)* Pour déterminer la vitesse instantanée, il faut tracer la tangente à la courbe à $t = 2$ s, puis déterminer la pente de cette tangente.

$$v = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i} = \frac{26 - 1 \text{ m}}{5 - 0 \text{ s}}$$

$$= 5{,}0 \text{ m/s (réponse approximative)}$$



b) $v_{moy} = \dfrac{x_f - x_i}{t_f - t_i} = \dfrac{35 - 7 \text{ m}}{5 - 1 \text{ s}} = 7 \text{ m/s}$

6. *a)* L'accélération instantanée est égale à la pente de la tangente à la courbe d'un graphique de la vitesse en fonction du temps. À $t = 2$ s, la pente de la tangente est la même que celle du segment de droite reliant les points (1 s, 5 m/s) et (3 s, -5 m/s). Donc :

$$a = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i} = \frac{-5 - 5 \text{ m/s}}{3 - 1 \text{ s}} = -5 \text{ m/s}^2.$$

b) À $t = 3{,}5$ s, la pente de la tangente est nulle, donc $a = 0$.

c) $a = \dfrac{v_f - v_i}{t_f - t_i} = \dfrac{10 - 0 \text{ m/s}}{6 - 2 \text{ s}} = 2{,}5 \text{ m/s}^2$

7. *a)* Graphique 1. La vitesse est négative (la voiture va vers les x négatifs) et à mesure que le temps passe, la vitesse est de plus en plus négative, car son module est plus grand.

b) Graphique 4. La vitesse est positive (la voiture va vers les x positifs) et constante.

c) Graphique 2. La vitesse est négative et à mesure que le temps passe, son module diminue.

d) Graphique 3. La vitesse est positive et à mesure que le temps passe, son module diminue.

8. *a)* Le déplacement est égal à l'aire sous la courbe. On établit que l'aire sous l'axe du temps est négative et que l'aire au-dessus de l'axe du temps est positive.

$$\Delta x_{1\text{-}6} = \Delta x_{1\text{-}2} + \Delta x_{2\text{-}3} + \Delta x_{3\text{-}5} + \Delta x_{5\text{-}6}$$

$$= -10 \bullet 1 + \frac{(-10 \times 1)}{2} + \frac{(20 \times 2)}{2} + 20 \bullet 1 \text{ m}$$

(les unités sont des m/s × s)

$$= -10 - 5 + 20 + 20 \text{ m} = 25 \text{ m}$$

b) $v_{moy} = \dfrac{\Delta x}{\Delta t} = \dfrac{25 \text{ m}}{5 \text{ s}} = 5 \text{ m/s}$

c) L'accélération instantanée est égale à la pente de la courbe au temps considéré. À $t = 2{,}5$ s, il suffit de calculer la pente du segment de droite :

$$a_{2,5} = \frac{20 - (-10) \text{ m/s}}{5 - 2 \text{ s}} = 10 \text{ m/s}^2.$$

d) Par lecture directe du graphique, on a $v_4 = 10$ m/s.

Section 10.2
Les équations du mouvement rectiligne uniformément accéléré

Manuel, p. 234

1.

$t_i = 0$	$x_i = 0$	$v_i = 0$	$a = ?$
$t_f = 6{,}0$ s	$x_f = 402$ m	$v_f = ?$	

$$x_f = x_i + v_i\Delta t + \frac{1}{2}a\Delta t^2$$

$$x_f = 0 + 0 + \frac{1}{2}a\Delta t^2$$

$$a = \frac{2x_f}{\Delta t^2} = \frac{2 \times 402\text{ m}}{(6{,}0\text{ s})^2} = 22\text{ m/s}^2$$

$$v_f = v_i + a\Delta t$$

$$= 0 + 22\text{ m/s}^2 \times 6{,}0\text{ s}$$

$$= 132\text{ m/s} \times \frac{1\text{ km}}{1000\text{ m}} \times \frac{3\,600\text{ s}}{1\text{ h}}$$

$$= 475\text{ km/h}$$

2.

$t_i = 0$	$x_i = 0$	$v_i = 0$	$a = ?$
$t_f = 1{,}0$ s	$x_f = 1{,}0$ m	$v_f = ?$	

a) $x_f = x_i + v_i\Delta t + \frac{1}{2}a\Delta t^2$

$$= 0 + 0 + \frac{1}{2}a\Delta t^2$$

$$a = \frac{2x_f}{\Delta t^2} = \frac{2 \times 1{,}0\text{ m}}{(1{,}0\text{ s})^2} = 2{,}0\text{ m/s}^2$$

b) Comme le plan incliné a la même inclinaison qu'en *a,* l'accélération est la même ; seul le temps de parcours diffère.

$$x_f = x_i + v_i\Delta t + \frac{1}{2}a\Delta t^2$$

$$= 0 + 0 + \frac{1}{2}a\Delta t^2$$

$$= \frac{1}{2}(2{,}0\text{ m/s}^2)\times(2{,}0\text{ s})^2$$

$$= 4{,}0\text{ m}$$

3. $v_i = 20{,}0\,\frac{\text{km}}{\text{h}} \times \frac{1000\text{ m}}{1\text{ km}} \times \frac{1\text{ h}}{3\,600\text{ s}} = 5{,}56\text{ m/s}$

$v_f = 30{,}0\,\frac{\text{km}}{\text{h}} \times \frac{1000\text{ m}}{1\text{ km}} \times \frac{1\text{ h}}{3\,600\text{ s}} = 8{,}33\text{ m/s}$

$t_i = 0$	$x_i = 0$	$v_i = 5{,}56$ m/s	$a = ?$
$t_f = ?$	$x_f = 25{,}0$ m	$v_f = 8{,}33$ m/s	

a) $v_f^2 = v_i^2 + 2a\Delta x \Rightarrow a = \frac{v_f^2 - v_i^2}{2\Delta x}$

$$a = \frac{(8{,}33\text{ m/s})^2 - (5{,}56\text{ m/s})^2}{2 \times 25{,}0\text{ m}} = 0{,}770\text{ m/s}^2$$

b) $v_f = v_i + a\Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{v_f - v_i}{a}$

$$\Delta t = \frac{8{,}33\text{ m/s} - 5{,}56\text{ m/s}}{0{,}770\text{ m/s}^2} = 3{,}60\text{ s}$$

4. Puisque la voiture décélère, l'accélération est négative.

$t_i = 0$	$x_i = 0$	$v_i = ?$	$a = -4{,}00\text{ m/s}^2$
$t_f = ?$	$x_f = 25{,}0$ m	$v_f = 0$	

$$v_f^2 = 0 = v_i^2 + 2a\Delta x \Rightarrow v_i^2 = -2a\Delta x$$

$$v_i^2 = -2 \times(-4{,}00\text{ m/s}^2) \times 25{,}0\text{ m} = 200\text{ m}^2/\text{s}^2$$

$$v_i = \pm 14{,}1\text{ m/s}$$

La bonne valeur de v_i est la valeur positive, car la voiture roule dans le sens des x positifs (puisque $x_f > x_i$). Il reste à effectuer le changement d'unités demandé :

$$v_i = 14{,}1\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \times \frac{1\text{ km}}{1000\text{ m}} \times \frac{3\,600\text{ s}}{1\text{ h}} = 50{,}8\text{ km/h.}$$

La durée du freinage est obtenue avec $v_f = v_i + a\Delta t$:

$$\Delta t = \frac{v_f - v_i}{a} = \frac{0 - 14{,}1\text{ m/s}}{-4{,}00\text{ m/s}^2} = 3{,}53\text{ s.}$$

5.

$t_i = 0$	$x_i = 0$	$v_i = 24$ m/s	$a = 2{,}0\text{ m/s}^2$
$t_f = 8{,}0$ s	$x_f = ?$	$v_f = ?$	

$$v_f = v_i + a\Delta t = 24\text{ m/s} + 2{,}0\text{ m/s}^2 \times 8{,}0\text{ s}$$

$$= 24\text{ m/s} + 16\text{ m/s} = 40\text{ m/s}$$

6. On choisit un axe des x dirigé vers le bas du plan incliné.

$t_i = 0$	$x_i = 0$	$v_i = 1{,}0$ m/s	$a = ?$
$t_f = 4{,}0$ s	$x_f = 6{,}0$ m	$v_f = ?$	

a) $x_f = x_i + \frac{1}{2}(v_i + v_f)\Delta t$

$$x_f = \frac{1}{2}(v_i + v_f)\,\Delta t \Rightarrow v_i + v_f = \frac{2x_f}{\Delta t}$$

$$v_f = \frac{2x_f}{\Delta t} - v_i$$

$$= \frac{2 \times 6{,}0\text{ m}}{4{,}0\text{ s}} - 1{,}0\text{ m/s}$$

$$= 3{,}0\text{ m/s} - 1{,}0\text{ m/s} = 2{,}0\text{ m/s}$$

b) $v_f = v_i + a\Delta t \Rightarrow a = \dfrac{v_f - v_i}{\Delta t}$

$$a = \frac{2{,}0\ \text{m/s} - 1{,}0\ \text{m/s}}{4{,}0\ \text{s}} = 0{,}25\ \text{m/s}^2$$

7. Il faut trouver les positions successives à $t = 10{,}0$ s et à $t = 15{,}0$ s.

$t_i = 0$	$x_i = 0$	$v_i = 0$	$a = 6{,}0\ \text{m/s}^2$
$t_f = 10{,}0$ s	$x_f = ?$	$v_f = ?$	

$$x_f = x_i + v_i\Delta t + \frac{1}{2}a\Delta t^2 = 0 + 0 +$$

$$\frac{1}{2}(6{,}0\ \text{m/s}^2)(10{,}0\ \text{s})^2 = 300\ \text{m}$$

$t_i = 0$	$x_i = 0$	$v_i = 0$	$a = 6{,}0\ \text{m/s}^2$
$t_f = 15{,}0$ s	$x_f = ?$	$v_f = ?$	

$$x_f = x_i + v_i\Delta t + \frac{1}{2}a\Delta t^2 = 0 + 0 +$$

$$\frac{1}{2}(6{,}0\ \text{m/s}^2)(15{,}0\ \text{s})^2 = 675\ \text{m}$$

$$L = x_{15} - x_{10} = 675\ \text{m} - 300\ \text{m} = 375\ \text{m}$$

8.

$t_i = 0$	$x_i = 0$	$v_i = 3{,}50$ m/s	$a = ?$
$t_f = 4{,}20$ s	$x_f = ?$	$v_f = 11{,}40$ m/s	

a) $a = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} = \dfrac{11{,}40\ \text{m/s} - 3{,}50\ \text{m/s}}{4{,}20\ \text{s}} = 1{,}88\ \text{m/s}^2$

$$x_f = x_i + v_i\Delta t + \frac{1}{2}a\Delta t^2$$

$$= 0 + 3{,}50\ \text{m/s} \times 4{,}20\ \text{s} +$$

$$\frac{1}{2} \times (1{,}88\ \text{m/s}^2) \times (4{,}20\text{s}^2)$$

$$= 14{,}7\ \text{m} + 16{,}6\ \text{m} = 31{,}3\ \text{m}$$

$$\Delta x = x_f - x_i = 31{,}3\ \text{m} - 0\ \text{m} = 31{,}3\ \text{m}$$

b) $v_{moy} = \dfrac{\Delta x}{\Delta t} = \dfrac{31{,}3\ \text{m}}{4{,}20\ \text{s}} = 7{,}45\ \text{m/s}$

9. $v_i = 50{,}0\ \text{km/h} = 13{,}9\ \text{m/s}$

a) Ce problème est différent des précédents, car il comporte deux sections de mouvement : une de 0,70 seconde durant laquelle la voiture continue à vitesse constante, alors que la conductrice n'a pas encore appuyé sur les freins, puis la période de freinage.

On détermine le temps de freinage :

$t_i = 0$	$x_i = 0$	$v_i = 13{,}9$ m/s	$a = -7{,}50\ \text{m/s}^2$
$t_f = ?$	$x_f = ?$	$v_f = 0$	

$$v_f = v_i + a\Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{v_f - v_i}{a} = \frac{0 - 13{,}9\ \text{m/s}}{-7{,}50\ \text{m/s}^2}$$

$$= 1{,}85\ \text{s}$$

Temps nécessaire à l'arrêt
= temps de réaction + temps de freinage
= 0,70 + 1,85 s = 2,55 s

b) Durant 0,70 seconde, la voiture parcourt à vitesse constante une distance x_f :

$$x_f = x_i + v\Delta t$$

$$= 0 + (13{,}9\ \text{m/s}) \times (0{,}70\ \text{s})$$

$$= 9{,}7\ \text{m}$$

et durant le freinage :

$$x_f = x_i + v_i\Delta t + \frac{1}{2}a\Delta t^2$$

$$= 0 + (13{,}9\ \text{m/s}) \times (1{,}85\ \text{s}) +$$

$$\frac{1}{2}(-7{,}50\ \text{m/s}^2) \times (1{,}85\ \text{s})^2$$

$$= 25{,}7\ \text{m} - 12{,}8\ \text{m} = 12{,}9\ \text{m.}$$

La distance totale parcourue une fois l'obstacle aperçu est donc, au minimum, de 9,7 + 12,9 m, soit 22,6 m.

Section 10.3 La chute libre

Manuel, p. 238

1. Le graphique B. Puisque $v_i = 0$,

$$y_f = y_i + \frac{1}{2}a_y t^2 = y_i - \frac{1}{2}gt^2$$

et le graphique de y en fonction du temps ne donne pas une droite, mais une parabole, ce qui élimine les graphiques A et C. À cause de l'accélération, y diminue lentement au début, puis plus vite à mesure que le temps passe.

2.

$t_i = 0$	$y_i = 15$ m	$v_i = 10$ m/s	$a = -9{,}8$ m/s^2
$t_f = ?$	$y_f = 0$	$v_f = ?$	

$v_f^2 = v_i^2 + 2a\Delta y$

$= (10 \text{ m/s})^2 + 2 \times (-9{,}8 \text{ m/s}^2) \times (0 - 15 \text{ m})$

$= 100 \text{ m}^2/\text{s}^2 + 294 \text{ m}^2/\text{s}^2$

Donc,

$v_f^2 = 394 \text{ m}^2/\text{s}^2 \Rightarrow v_f = \pm 20$ m/s.

Comme la balle descend, la vitesse d'arrivée au sol est négative : $v_f = -20$ m/s.

$v_f = v_i + a\Delta t \Rightarrow \Delta t = \dfrac{v_f - v_i}{a}$

$\Delta t = \dfrac{-20 \text{ m/s} - 10 \text{ m/s}}{-9{,}8 \text{ m/s}^2} = 3{,}1$ s

Le temps de vol de la balle est de 3,1 secondes.

3.

$t_i = 0$	$y_i = 15$ m	$v_i = -10$ m/s	$a = -9{,}8$ m/s^2
$t_f = ?$	$y_f = 0$	$v_f = ?$	

$v_f^2 = v_i^2 + 2a\Delta y = (-10 \text{ m/s})^2 +$

$2 \times (-9{,}8 \text{ m/s}^2) \times (0 - 15 \text{ m})$

$= 100 \text{ m}^2/\text{s}^2 + 294 \text{ m}^2/\text{s}^2$

$v_f^2 = 394 \text{ m}^2/\text{s}^2 \Rightarrow v_f = \pm 20$ m/s

Comme la balle descend, la vitesse d'arrivée au sol est négative : $v_f = -20$ m/s.

$v_f = v_i + a\Delta t \Rightarrow \Delta t = \dfrac{v_f - v_i}{a}$

$\Delta t = \dfrac{-20 \text{ m/s} - (-10 \text{ m/s})}{-9{,}8 \text{ m/s}^2} = 1{,}0$ s

4.

$t_i = 0$	$y_i = 3{,}0$ m	$v_i = 0$	$a = -9{,}8$ m/s^2
$t_f = ?$	$y_f = 0$	$v_f = ?$	

$v_f^2 = v_i^2 + 2a\Delta y = 0 + 2 \times (-9{,}8 \text{ m/s}^2)$

$\times (0 - 3{,}0 \text{ m}) = 59 \text{ m}^2/\text{s}^2 \Rightarrow v_f = \pm 7{,}7$ m/s

Comme l'enfant descend, la vitesse est négative : $v_f = -7{,}7$ m/s.

5.

$t_i = 0$	$y_i = ?$	$v_i = 0$	$a = -9{,}8$ m/s^2
$t_f = ?$	$y_f = 0$	$v_f = -5{,}0$ m/s	

$v_f^2 = v_i^2 + 2a\Delta y = 0 + 2a\Delta y \Rightarrow$

$\Delta y = \dfrac{v_f^2}{2a} = \dfrac{(-5{,}0 \text{ m/s})^2}{2 \times (-9{,}8 \text{ m/s}^2)} = -1{,}3$ m

$\Delta y = y_f - y_i = 0 - y_i = -1{,}3 \text{ m} \Rightarrow y_i = 1{,}3$ m

Les parachutistes doivent sauter d'une hauteur de 1,3 m pour simuler l'atterrissage.

6.

$t_i = 0$	$y_i = ?$	$v_i = 0$	$a = -9{,}8$ m/s^2
$t_f = 1{,}43$ s	$y_f = 0$	$v_f = ?$	

$y_f = y_i + v_i\Delta t + \dfrac{1}{2}a\Delta t^2 \Rightarrow 0 = y_i + 0 + \dfrac{1}{2}a\Delta t^2$

$\Rightarrow y_i = -\dfrac{1}{2}a\Delta t^2 = -\dfrac{1}{2} \times (-9{,}8 \text{ m/s}^2) \times (1{,}43 \text{ s})^2$

$= 10$ m

7.

$t_i = 0$	$y_i = 1{,}2$ m	$v_i = ?$	$a = -9{,}8$ m/s^2
$t_f = ?$	$y_f = 50$ m	$v_f = 0$	

$v_f^2 = 0 = v_i^2 + 2a\Delta y \Rightarrow v_i^2 = -2a\Delta y$

$v_i^2 = -2 \times (-9{,}8 \text{ m/s}^2) \times (50 \text{ m} - 1{,}2 \text{ m}) = 956 \text{ m}^2/\text{s}^2$

$v_i = 31$ m/s

8. *a)*

$t_i = 0$	$y_i = 0$	$v_i = 10$ m/s	$a = -9{,}8$ m/s^2
$t_f = ?$	$y_f = ?$	$v_f = 0$	

$v_f^2 = v_i^2 + 2a\Delta y \Rightarrow$

$\Delta y = \dfrac{v_f^2 - v_i^2}{2a} = \dfrac{0^2 - (10 \text{ m/s})^2}{2 \times (-9{,}8 \text{ m/s}^2)} = 5{,}1$ m

b)

$t_i = 0$	$y_i = 0$	$v_i = 10$ m/s	$a = -9{,}8$ m/s^2
$t_f = ?$	$y_f = 0$	$v_f = ?$	

$y_f = 0 = y_i + v_i\Delta t + \dfrac{1}{2}a\Delta t^2$

$= 0 + v_i\Delta t + \dfrac{1}{2}a\Delta t^2 \Rightarrow \dfrac{1}{2}a\Delta t^2 = -v_i\Delta t$

$\Delta t = \dfrac{-2v_i}{a} = \dfrac{-2 \times 10 \text{ m/s}}{-9{,}8 \text{ m/s}^2} = 2{,}0$ s

c) $-9{,}8$ m/s^2

9. La hauteur de départ est inconnue et il est alors préférable de choisir l'origine de l'axe des *y* au niveau du point de départ plutôt qu'au sol.

$t_i = 0$	$y_i = 0$	$v_i = 8{,}0$ m/s	$a = -9{,}8$ m/s^2
$t_f = ?$	$y_f = ?$	$v_f = 3{,}0$ m/s	

a) $v_f^2 = v_i^2 + 2a\Delta y \Rightarrow \Delta y = \dfrac{v_f^2 - v_i^2}{2a}$

$$\Delta y = \frac{(3{,}0 \text{ m/s})^2 - (8{,}0 \text{ m/s})^2}{2(-9{,}8 \text{ m/s}^2)} = 2{,}8 \text{ m}$$

b) $v_f = v_i + a\Delta t \Rightarrow \Delta t = \dfrac{v_f - v_i}{a}$

$$\Delta t = \frac{3{,}0 \text{ m/s} - 8{,}0 \text{ m/s}}{-9{,}8 \text{ m/s}^2} = 0{,}51 \text{ s}$$

10.

$t_i = 0$	$y_i = 0$	$v_i = -4{,}0$ m/s	$a = -9{,}8$ m/s^2
$t_f = 2{,}0$ s	$y_f = ?$	$v_f = ?$	

a) $y_f = y_i + v_i\Delta t + \frac{1}{2}a\Delta t^2 = 0 \text{ m}$

$+ (-4{,}0 \text{ m/s})(2{,}0 \text{ s}) + \frac{1}{2}(-9{,}8 \text{ m/s}^2)(2{,}0 \text{ s})^2$

$= -8{,}0 \text{ m} - 19{,}6 \text{ m} = -28 \text{ m}$

La profondeur est donc égale à 28 m.

b) $v_f = v_i + a\Delta t = -4{,}0 \text{ m/s} - 9{,}8 \text{ m/s}^2 \times 2{,}0 \text{ s}$

$= -24 \text{ m/s}$

La vitesse du caillou quand il frappe l'eau est de 24 m/s vers le bas.

11. Balle A

$t_i = 0$	$y_i = 5$ m	$v_i = +10$ m/s	$a = -9{,}8$ m/s^2
$t_f = ?$	$y_f = 0$	$v_f = ?$	

$v_f^2 = v_i^2 + 2a\Delta y = (10 \text{ m/s})^2 + 2\,(-9{,}8 \text{ m/s}^2)\,(0 \text{ m} - 5 \text{ m})$

$= 198 \text{ m}^2/\text{s}^2$

$v_f = -14 \text{ m/s}$

$v_f = v_i + a\Delta t$, donc $\quad \Delta t = \dfrac{v_f - v_i}{a}$

$$\Delta t = \frac{-14 \text{ m/s} - 10 \text{ m/s}}{-9{,}8 \text{ m/s}^2} = 2{,}4 \text{ s}$$

Donc $t_{fA} = 2{,}4$ s.

Balle B

$t_i = 0$	$y_i = 5$ m	$v_i = -10$ m/s	$a = -9{,}8$ m/s^2
$t_f = ?$	$y_f = 0$	$v_f = ?$	

$v_f^2 = v_i^2 + 2a\Delta y = (-10 \text{ m/s})^2 + 2\,(-9{,}8 \text{ m/s}^2)(-5 \text{ m})$

$= 198 \text{ m}^2/\text{s}^2$

$v_f = -14 \text{ m/s}$

$v_f = v_i + a\Delta t$, donc $\quad \Delta t = \dfrac{v_f - v_i}{a}$

$$\Delta t = \frac{-14 \text{ m/s} - (-10 \text{ m/s})}{-9{,}8 \text{ m/s}^2} = 0{,}41 \text{ s}$$

Donc, $t_{fB} = 0{,}41$ s.

La différence de temps de vol vaut donc :

$t_{fA} - t_{fB} = 2{,}4 - 0{,}41 \text{ s} = 2{,}0 \text{ s}$

12. Chute libre

$t_i = 0$	$y_i = 11$ m	$v_i = 0$	$a = -9{,}8$ m/s^2
$t_f = ?$	$y_f = 0$	$v_f = ?$	

$v_f^2 = v_i^2 + 2a\Delta y = 0 + 2\,(-9{,}8 \text{ m/s}^2)(0 \text{ m} - 11 \text{ m})$

$= 216 \text{ m}^2/\text{s}^2$

Donc, $v_f = -15$ m/s.

MRUA dans l'eau : on prend un axe des *x* orienté vers le fond de la piscine, avec l'origine à la surface de l'eau. La vitesse finale de la chute libre devient la vitesse initiale du MRUA dans l'eau.

$t_i = 0$	$x_i = 0$	$v_i = 15$ m/s	$a = -30$ m/s^2
$t_f = ?$	$x_f = ?$	$v_f = 0$	

$v_f = v_i + a\Delta t$, donc

$$\Delta t = \frac{v_f - v_i}{a} = \frac{0 - 15 \text{ m/s}}{-30 \text{ m/s}^2} = 0{,}50 \text{ s}$$

$x_f = x_i + v_i\Delta t + \frac{1}{2}a\Delta t^2 = 0 + 15 \text{ m/s}\ 0{,}50 \text{ s} +$

$\frac{1}{2} \times (-30 \text{ m/s}^2) \times (0{,}50 \text{ s})^2$

$= 7{,}5 \text{ m} - 3{,}8 \text{ m} = 3{,}7 \text{ m}$

Le pince-nez atteint une profondeur de 3,7 m.

Chapitre 10
Le mouvement rectiligne uniformément accéléré

Manuel, p. 242

1. a) $v_f = 0$ b) $v_f = 0$ c) $v_i = 0$
d) $y_i = 0$ e) $v_i = 0$ f) $y_f = 0$

2. Le graphique A. En effet, selon $v_f = v_i + a\Delta t$, la grandeur de la vitesse augmente linéairement avec le temps.

3.

$t_i = 0$	$y_i = 1{,}8$ m	$v_i = 0$	$a = -1{,}6$ m/s^2
$t_f = ?$	$y_f = 0$	$v_f = ?$	

$$y_f = y_i + v_i\Delta t + \frac{1}{2}a\Delta t^2$$

$$y_f = y_i + 0 + \frac{1}{2}a\Delta t^2$$

$$\Rightarrow \Delta t^2 = \frac{2(y_f - y_i)}{a} = \frac{2(0 - 1{,}8\text{ m})}{-1{,}6\text{ m/s}^2} = 2{,}25\text{ s}^2$$

$$\Rightarrow \Delta t = 1{,}5\text{ s}$$

Si on remplace le marteau par une plume, la plume prend le même temps pour tomber que le marteau, car sur la Lune, il n'y a pas d'air, donc pas de résistance au mouvement. Tous les objets tombent avec la même accélération.

4.

$t_i = 0$	$x_i = 0$	$v_i = 0$	$a = ?$
$t_f = 50{,}0$ s	$x_f = 1\,500$ m	$v_f = ?$	

a) $$x_f = x_i + v_i\Delta t + \frac{1}{2}a\Delta t^2 = 0 + 0 + \frac{1}{2}a\Delta t^2$$

$$\Rightarrow a = \frac{2x_f}{\Delta t^2} = \frac{2 \times 1500\text{ m}}{(50{,}0\text{ s})^2} = 1{,}20\text{ m/s}^2$$

b) $$v_f = v_i + a\Delta t = 0 + 1{,}20\text{ m/s}^2\,(50{,}0\text{ s}) = 60{,}0\text{ m/s}$$

$$= 216\text{ km/h}$$

5. La situation décrite comporte trois sections de mouvement différentes, chacune se distinguant par son accélération.

Première section : $v_i = 0$ $a = 1{,}0$ m/s^2 $\Delta t = 6{,}0$ s

$v_f = v_i + a\Delta t = 0 + 1{,}0\text{ m/s}^2\,(6{,}0\text{ s}) = 6{,}0\text{ m/s}$

La vitesse finale pour la première section devient la vitesse initiale pour la deuxième section.

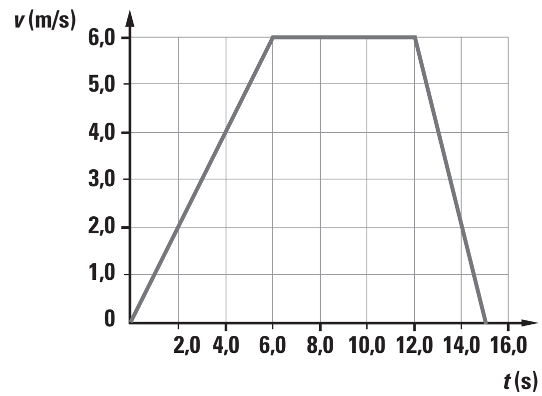
Deuxième section : $v_i = 6{,}0$ m/s $a = 0$ $\Delta t = 6{,}0$ s

Troisième section : $v_i = 6{,}0$ m/s $v_f = ?$

$a = -2{,}0$ m/s^2 $\Delta t = 3{,}0$ s

$v_f = v_i + a\Delta t = 6{,}0\text{ m/s} + (-2{,}0\text{ m/s}^2)\,(3{,}0\text{ s}) = 0$

Il ne reste plus qu'à représenter ces données dans un graphique.



6. $v_D < v_C < v_B < v_A < v_E$. La vitesse instantanée aux instants considérés est donnée par la pente de la tangente en chaque point. En C et D, les vitesses sont négatives, en B, la vitesse est nulle, en A et E, les vitesses sont positives.

7.

$t_i = 0$	$x_i = 0$	$v_i = 12$ m/s	$a = 6{,}0$ m/s^2
$t_f = ?$	$x_f = 63$ m	$v_f = ?$	

$$v_f^2 = v_i^2 + 2a\Delta x$$

$$= (12\text{ m/s})^2 + 2 \times 6{,}0\text{ m/s}^2 \times 63\text{ m}$$

$$= 144\text{ m}^2/\text{s}^2 + 756\text{ m}^2/\text{s}^2 = 900\text{ m}^2/\text{s}^2$$

$$v_f = 30\text{ m/s}$$

$$v_f = v_i + a\Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{v_f - v_i}{a} = \frac{30\text{ m/s} - 12\text{ m/s}}{6{,}0\text{ m/s}^2}$$

$$= 3{,}0\text{ s}$$

8.

$t_i = 0$	$y_i = 106$ m	$v_i = 0$	$a = -9{,}8$ m/s^2
$t_f = ?$	$y_f = 0$	$v_f = ?$	

$$y_f = 0 = y_i + v_i\Delta t + \frac{1}{2}a\Delta t^2 = y_i + 0 + \frac{1}{2}a\Delta t^2$$

$$\Rightarrow \Delta t^2 = \frac{-2y_i}{a} = \frac{-2 \times 106\text{ m}}{-9{,}8\text{ m/s}^2} = 21{,}6\text{ s}^2$$

$$t_f = 4{,}7\text{ s}$$

L'otage atteint l'eau du fleuve avant que le superhéros ait terminé la moitié de sa période de réflexion. La scène du film n'est donc pas réaliste.

◆ **9.** L'information fournie permet de déterminer l'accélération.

$t_i = 0$	$x_i = 0$	$v_i = 10{,}0$ m/s	$a = ?$
$t_f = ?$	$x_f = 50$ m	$v_f = 6{,}0$ m/s	

$$v_f^2 = v_i^2 + 2a\Delta x \Rightarrow$$

$$a = \frac{v_f^2 - v_i^2}{2\Delta x} = \frac{(6{,}0\text{ m/s})^2 - (10{,}0\text{ m/s})^2}{2 \times 50\text{ m}} = \text{-}0{,}64\text{ m/s}^2$$

Il reste à déterminer la distance parcourue quand le cycliste passe d'une vitesse de 6,0 m/s à une vitesse nulle.

$t_i = 0$	$x_i = 0$	$v_i = 6{,}0$ m/s	$a = \text{-}0{,}64$ m/s^2
$t_f = ?$	$x_f = ?$	$v_f = 0$	

$$v_f^2 = v_i^2 + 2a\Delta x \Rightarrow$$

$$\Delta x = \frac{v_f^2 - v_i^2}{2a} = \frac{0^2 - (6{,}0\text{ m/s})^2}{2 \times (\text{-}0{,}64\text{ m/s}^2)} = 28\text{ m}$$

◆ **10.** *a)* Quand il est lâché, le paquet est à la même altitude que la montgolfière, et il va aussi à la même vitesse.

$t_i = 0$	$y_i = 60$ m	$v_i = 8{,}0$ m/s	$a = \text{-}9{,}8$ m/s^2
$t_f = ?$	$y_f = 0$	$v_f = ?$	

$$y_f = 0 = y_i + v_i\Delta t + \frac{1}{2}a\Delta t^2$$

$$60\text{ m} + 8{,}0\text{ m/s} \times \Delta t + \frac{1}{2}(\text{-}9{,}8\text{ m/s}^2)\Delta t^2 = 0$$

On obtient une équation du second degré en Δt:

$$(\text{-}4{,}9\text{ m/s}^2)\Delta t^2 + 8{,}0\text{ m/s} \times \Delta t + 60\text{ m} = 0$$

$$\Delta t = \frac{\text{-}b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{\text{-}8{,}0 \pm \sqrt{(\text{-}8{,}0)^2 - 4 \times (\text{-}4{,}9) \times 60}}{2 \times (\text{-}4{,}9)}$$

$$= \frac{\text{-}8{,}0\text{ m/s} \pm 35{,}2\text{ m/s}}{\text{-}9{,}8\text{ m/s}^2} = 4{,}4\text{ s ou -}2{,}8\text{ s}$$

La solution négative est rejetée (le temps écoulé doit être positif), donc $t_f = 4{,}4$ s.

b) La position du paquet après 3,4 secondes est:

$$y_f = y_i + v_i\Delta t + \frac{1}{2}a\Delta t^2$$

$$= 60\text{ m} + 8{,}0\text{ m/s} \times (3{,}4\text{ s})$$

$$+ \frac{1}{2} \times (\text{-}9{,}8\text{ m/s}^2) \times (3{,}4\text{ s})^2$$

$$= 60\text{ m} + 27\text{ m} - 57\text{ m}$$

$$= 30\text{ m}.$$

Le paquet parcourt donc 30 m durant la dernière seconde.

★ **11.** Soit h, la hauteur de chute totale et t, le temps pris pour parcourir la première moitié de la chute. On prend comme instant initial le début de la chute et comme instant final le passage à mi-hauteur.

$t_i = 0$	$y_i = h$	$v_i = 0$	$a = \text{-}9{,}8$ m/s^2
$t_f = t$	$y_f = h/2$	$v_f = ?$	

$$y_f = y_i + v_i\Delta t + \frac{1}{2}a\Delta t^2 \Rightarrow \frac{h}{2} = h + 0 + \frac{1}{2}at^2$$

$$\Rightarrow \frac{h}{2} = \text{-}\frac{1}{2}at^2 \Rightarrow h = \text{-}at^2$$

On prend ensuite comme instant initial le début de la chute et comme instant final l'arrivée au sol.

$t_i = 0$	$y_i = h$	$v_i = 0$	$a = \text{-}9{,}8$ m/s^2
$t_f = t + 1$ s	$y_f = 0$	$v_f = ?$	

$$y_f = y_i + v_i\Delta t + \frac{1}{2}a\Delta t^2 \Rightarrow 0 = h + 0 + \frac{1}{2}a(t+1)^2$$

$$\Rightarrow h = \text{-}\frac{1}{2}a(t+1)^2$$

On obtient un système de deux équations à deux inconnues, t et h. En remplaçant la première équation ($h = \text{-}at^2$) dans la seconde, on obtient:

$$\text{-}at^2 = \text{-}\frac{1}{2}a(t+1)^2 \Rightarrow 2t^2 = (t+1)^2$$

$$\Rightarrow t^2 - 2t - 1 = 0$$

$a = 1$ $\quad b = \text{-}2$ s $\quad c = \text{-}1$ s^2

(ainsi les unités de chaque terme sont des s^2)

$$t = \frac{\text{-}b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{2\text{ s} \pm \sqrt{(-2\text{ s})^2 - 4 \times 1 \times (-1\text{ s}^2)}}{2 \times 1}$$

$$= \frac{2\text{ s} \pm \sqrt{8\text{ s}^2}}{2}$$

$$= 2{,}4\text{ s ou } -0{,}4\text{ s}$$

La seconde solution est à rejeter (un temps ne peut pas être négatif). Avec t, on calcule h:

$h = -at^2 = -(-9{,}8\text{ m/s}^2) \times (2{,}4\text{ s})^2 = 56\text{ m}.$